



TITLE:

# 古代中国の九九について (数学史の研究)

AUTHOR(S):

小林, 澄子

---

CITATION:

小林, 澄子. 古代中国の九九について (数学史の研究). 数理解析研究所講究録 2009, 1625: 144-153

ISSUE DATE:

2009-01

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/140292>

RIGHT:

## 古代中国の九九について

山梨大学教育人間科学部附属小学校

小林 澄子 (KOBAYASHI Sumiko)

The Elementary school attached to The Faculty of Education and Human sciences  
Yamanashi University

### はじめに

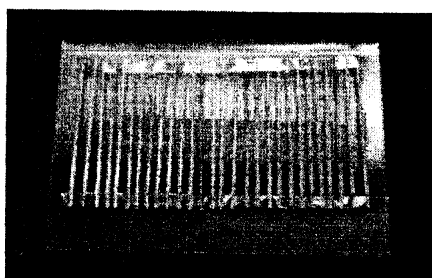
現在、かけ算九九は小学校2年の算数科で学習をし、その後の算数・数学の中や生活の中でずっと用いられていくものである。私たちが用いている九九は「一一が一」から始まっているが、古代中国ではそれとは反対で「九九八十一」から始まり、「一一が一」で終わっている。このため、「九九」という名が付いている。元の朱世傑が『算学啓蒙』(1299年)で反対に用いたのが、現在のものと一致する。九九は数学的な啓蒙教育と人々の日常生活の中で重要な役割を発揮してきたため、「九九」という言葉には古代中国においてはもう一つの意味も含まれる。それは数学全体を指すものである。唐の顔師古の『漢書注』には“九九：若今《九章》、《五曹》之輩。”という記述がある。元の大数学家である李冶は病床で危篤の時、息子に『測圓海鏡』は“雖九九小数”と言ったという。『九章算術』と『五曹算経』は、どちらも数学の各分野についての総合的な内容を含む著作である。『測圓海鏡』(1248年)は天元術を主要な方法として“勾股容圓<sup>1</sup>”を研究した著作である。この著書の中には九九表がないが、ここで言っている“九九”はすべて数学のことを指していることがわかる。

九九表と算籌とは密接な関係があった。古代中国では算籌を用いて計算が行われたが、これを“算籌”という。算籌はいつ生まれたものなのかについてははっきりと考察することができず、また九九表と算籌はどちらが先でどちらが後に生まれたのかについても調べることができない。私たちが古代の学問を研究するにあたっては、ほとんどの場合、文献をその根拠としている。しかしある文献にある記載があったからといって、必ずしもその記載が存在した時点がその起点とは言えない。“文献が生まれたときにそれが存在していた”というか、“遅くともそのときにはそれが存在した”ということしか言えない。『老子』には“善数不用算策”(数学に長けた者は算籌を用いない)という記述があるが、これは現在のところ“算籌”の言葉が文献の中に見られる最も古い記載である。この記述は遅くとも春秋時代には算籌が広く使用されていたことを意味する。算籌はその本数と縦横の置き方、置く位置で数とその位を表した。まさに『孫子算経』にある“一縦十横、百立千僵、千十相望、万百相当”である。

<sup>1</sup> “勾股容圓”とは直角三角形と円が関わる図形問題全般のことを指す。

縦式						┐	┑	┑	┑
横式	—	=	≡	≡	≡	⊥	⊥	⊥	⊥
	1	2	3	4	5	6	7	8	9

18 この符号を用い、算籌を置かない空位で0を表した。これによって自然数のみならず、小数・分数・負数・高次方程式・行列式などを表すことができ、当時世界で最も便利な計算器具であったと言える。算籌は、普通は竹製のものであったが、木・骨・石などで作られたものもある。『漢書』には、“其算法用竹，經一分，長六寸”とあり、これは今日の1分=0.23cm，6寸=13.8cmにあたる。出土した西漢の算籌は、この記載が正確であることを証明している。下図は1970年代に中国陝西省旬陽県で出土した算籌である。



その後、計算の発展によってだんだん算籌の長さは短くなり、断面も円から四角形に変化した。1970年代に石家荘で出土した東漢期の算籌は、長さが7.8~8.9cmに短縮されたもので、断面も正方形のものがあったという<sup>2</sup>。

## 1. 古代中国における数学の作用に関する認識

九九について考える前に、まず古代中国において数学の作用に対してどのような認識を持っていたのかについて考察をしたい。

他の多くの国の状況と同じように、数は生活の中で物を数える際に必要とされ、用い始めたことがその誕生であろう。よって人々は早い段階から数学の作用について考えていた。『周易・繫辭下』には“古者庖犧氏”，“始作八卦，以通神明之德，以類万物之情”という記載がある。八卦を描いたことが数学の起源とされていることについては、後で詳しく述

<sup>2</sup> 郭書春『中国古代数学』商務印書館（1997.p.30）

べることにする。

“神明”とは神を指し、もともとは伝説の中の天神、すなわち天地万物の創造者、主宰者を意味していたが、後に中国古代の哲学において、変化を説明する専門用語として用いられるように変わった。『管子・内業』では、精気が“流于天地之間，謂之鬼神”と述べている。また『周易・繫辭下』では“陰陽合德，而剛柔有体，以体天地之變，以通神明之德。”とあり、事物の変化を通して、未来を予測する能力を神と呼んだ。『周易・繫辭下』では“陰陽不測之謂神”と述べている。これらからわかるように人格的な神の意義は相当弱く、哲学の専門用語になってしまった。また，“類万物之情”とはつまり“算数事物<sup>3</sup>”である。この後これらの考えは、数学の作用についての主導的な思想に関して、中国の伝統文化を成した。

『漢書・律曆志<sup>4</sup>』が“数者，一十百千萬也，所以算数事物，順性命之理”を示した後，“算数事物”とはつまり、客観的に事物の数量関係を計算することを意味するようになった。これはまた、数学が人々の生産生活の中での实际的に応用されたものでもある。“性命”は万物が天から授かったそれぞれの性質と命運を指す。『周易・繫辭下』には“乾<sup>5</sup>道變化，各正性命。”とある。唐の孔穎達は注釈で“性者，天生之質。”“命者，人所稟受。”と述べている<sup>6</sup>。後の学者の論述では、これらの文字にわずかな変化はあるものの、内容としてはこの2つの域からは出ない。また劉徽は『劉徽注 九章算術』の序文で“昔在庖犧氏始畫八卦，以通神明之德，以類萬物之情，作九九之術，以合六爻之變。”と述べている。南宋の数学家秦九韶<sup>7</sup>は『漢書』と劉徽の記述をまとめて、数学の2つの作用について次のように述べている。

#### 大則可以通神明，順性命，小則可以經世務，類万物

実際に，“類万物之情”，“算数事物”，“經世務”は、中国の古代数学において主要内容である。しかし“通神明，順性命”にいたっては、数字に神秘性を持たせるような神秘主義の数学になりかねないことから、数学家たちはこれについては大きな関心を寄せなかった。ゆえに秦九韶は、彼が数学の研究を行ううえで“傍諏方能，探索杳渺，麤若有得焉。所謂‘通神明，順性命’，固膚末于見；若其小者，窃嘗設為問答以擬于用。”と述べ、数学の名著である『数書九章』を著した。

<sup>3</sup> “算”は算籌を指す。八卦と関わって事物の現象を解釈する過程で使われた。

<sup>4</sup> 『漢書』は後漢（25-220）の歴史家である班固（A.D. 32-92）が記した歴史書である。二十四史の一つとされ、「本紀」12巻、「列伝」70巻、「表」8巻、「志」10巻の合計100巻からなる。各人物ごとの事績を中心に歴史の記述を行う紀伝体をとっている。「前漢書」とも言われる。

<sup>5</sup> 八卦で“乾”が天を表す卦であることから、天の意味を示す。李格非主編『漢語大字典（簡編本）』湖北辞書出版社 四川辞書出版社（1996. p.28）

<sup>6</sup> 『十三經注疏』中華書店（1980. p.14）

<sup>7</sup> 秦九韶は南宋（1127-1279）の数学者で1247年に『数書九章』を著している。

## 2. 庖犧と八卦

古代中国の神話・伝説時代の王たちは“三皇五帝”と呼ばれる。彼らは神話・伝説上の人物であるので、その存在については確かな証拠がない。“三皇”は“庖犧、女媧、神農”であり、彼らの伝説が原始社会文明を反映していたことに関しては、出土された多くの文物がそれを証明している。

『周易』と劉徽の記述は共に、庖犧が八卦を始めたことについて述べている。古代中国では“—”を用いて陽爻（こう）を表し，“--”を用いて陰爻を表した。3つの爻を重ね合わせて1つの“卦”を成した。全部で8種類の重ね方があるために八卦と呼ばれた。八卦の中の2つの卦を組み合わせて1つの象を表すが、これが6つの陽爻と陰爻の組み合わせであるために“六爻”と呼ばれる。六爻でできる卦象が全部で64個になるため、六十四卦と呼ばれるが、これらを用いて自然界・人間界などのあらゆる現象、属性を表し、判断の基礎とした。劉徽は庖犧が九九を作ったことについて“作九九之術，以合六爻之變”と、九九と六爻との関係を述べているが、ここからだけでは確かな関係が見いだせない。

## 3. 九九に関する古代文献における記載

### (1) 九九

以上の内容から考えると、古代の九九について考えるとき、その由来が伝説等と関係している以上、あまり多くを論ずるのは意味がないように思う。そこで文献に記載があるものを中心に、九九について考える。

『劉徽注 九章算術』の序文における記載の他に、古代文献には多くの九九に関する記載がある。『周髀算経』には、西周の初年（BC11世紀）の数学者商高が周公に言ったという言葉がある。

“数之法出于圓方。圓出于方，方出于矩。矩出于九九八十一。”

商高はまた次のようにも言った。

“環而共盤，得成三，四，五。兩矩共長二十有五，是謂積矩。  
故禹之所以治天下者，此数之所生也。”

ここでは、九九と矩の関係および数の起源との関係について言及している。この後、西漢の揚雄は『太玄経』の中で“陳其九九，以為数生”と述べているが、この意味は上述の記述に近い。

さらに『管子・輕重篇』では、

“宓戲作九九之数以応天道”

“宓”とは『通志・氏族略四』によると「宓氏，即庖犧氏之後也。‘庖’亦作‘宓’…<sup>8</sup>」とあるので、庖犧のことをさしている。“天道”とは①天の道理 ②天体が運行する道…ここから派生させて自然界の規律などの解釈が考えられよう。よって、

庖犧は九九の数を作り、これを以って自然界の規律に順応した

と解釈できる。劉徹はおそらく『管子』のこの部分を生まれ変わらせて述べたのであろう。

古代中国では、数は自然界と人が関わる世間で起こる現象を数量関係で描写する際に用いられた。数学が生まれた時期、例えば整数の加減乗除の四則演算が主要な内容であった時期に、九九表の作用はとても大きく、九九表に詳しいということは数学のすべての内容を掌握していたこととほとんど等しいと言える。このため、九九表の作用と自然界および人間の世間の禍福を表す八卦を同等に考えていたことはおかしいことではない。

中国古代の史籍には斉の桓公が“庭燎”という行事を執り行うときに、各地の賢人を招聘した話がある。

“齊桓公設庭燎為便人欲造見者，期年而士不至。于是東野有以九九見者，桓公使戲之曰：九九足以見乎？鄙人曰：臣聞君設庭燎以待士，期年而士不至。夫士之所以不至者，君天下之賢君也，四方之士，皆自以不及君，故不至也。夫九九薄能耳，而君猶礼之，況賢于九九者乎。……桓公曰：善，及因礼之。期月四方之士相導而至矣……”

漢燕人 韓楊嬰著『韓詩外伝』（『学津外伝』本）卷之三

この文章に含まれるいくつかの漢字について調べてから、文章を訳したい。

“庭燎”は、“庭”が“朝廷”<sup>9</sup>を、“燎”が“①松明，照明，②古代の祭事名で，柴を燃やして天を祀る…<sup>10</sup>”という意味であるという。また，“鄙”は“①郊外の野，②=小…<sup>11</sup>”

<sup>8</sup> 李格非主編『漢語大字典（簡編本）』湖北辞書出版社 四川辞書出版社（1996. p.440）

<sup>9</sup> 李格非主編『漢語大字典（簡編本）』湖北辞書出版社 四川辞書出版社（1996. p.420）

<sup>10</sup> 李格非主編『漢語大字典（簡編本）』湖北辞書出版社 四川辞書出版社（1996. p.1040）

<sup>11</sup> 李格非主編『漢語大字典（簡編本）』湖北辞書出版社 四川辞書出版社（1996. p.1713）

である“薄”は“①輕微，②輕視…<sup>12)</sup>”，“猶”は“況”と組み合わせられて反語を表す<sup>13)</sup>。これらをもとに、この文章を訳すと次のようになる。

齊の桓公が庭燎<sup>14)</sup>のために人を集めたいと考えたが、1年が過ぎても賢人で謁見に来る者はいなかった。東野に“九九表”を以て謁見しようとする者があったが、桓公は人を遣わせ、彼をからかって「九九表は謁見するに足るものともいうのか?」と言った。東野の郊外に住むこの者は「私はあなたが庭燎のために賢人を迎えたいが、1年たっても賢人が謁見に訪れていないと聞きました。賢人が謁見に訪れないわけは、あなたが天下の賢君であるために、各地の賢人はみな自分があなたには及ばないと考えていることから謁見に来ないのです。九九表は取るに足らないものですが、あなたがこのような者でさえ、礼を以て待遇するとすれば、まして九九の者よりも優れたものはどうでしょうか?……桓公は「よし。」と言い、東野の郊外に住むこの者に対して、礼を以て待遇した。1ヶ月たつと、天下の賢人達は互いに誘い合って齊国に来た……

齊は、周代の一国で、周の武王により、太公望が封ぜられた国である。建国の年がはっきりしないが、秦の始皇帝に BC221 に滅ぼされるまで存在した。現在の山東省にあった国である。桓公のときに春秋時代の最初の覇者となった。桓公は BC685 から BC642 の間在位している。この逸話から、少なくともすでに紀元前 7 世紀には、九九は普通の知識であったことがわかる<sup>15)</sup>。

## (2) 古九九表

先秦の典籍である『荀子』『戦国策』『管氏』には次のような記述があるという。

九九八十一；八九七十二；七九六十三；六九五十四；  
五九四十五；四九三十六；三九二十七；二九十八

<sup>12)</sup> 李格非主編『漢語大字典（簡編本）』湖北辞書出版社 四川辞書出版社（1996. p.1506）

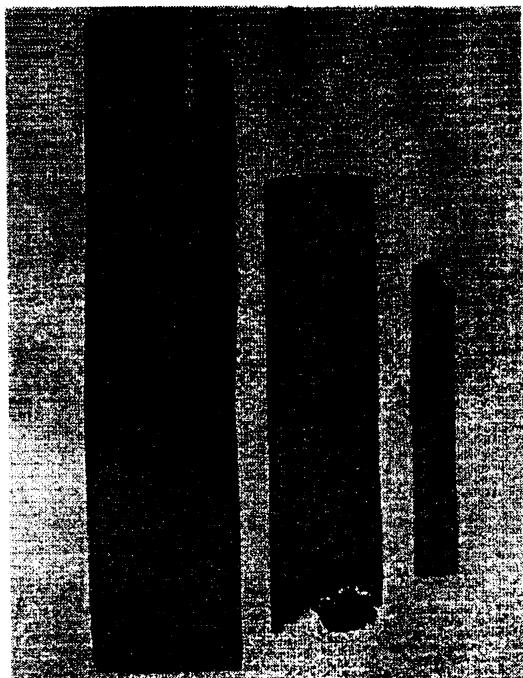
<sup>13)</sup> 李格非主編『漢語大字典（簡編本）』湖北辞書出版社 四川辞書出版社（1996. p.641）

<sup>14)</sup> 『詩経・小雅・庭燎』：“夜未央，庭燎之光。”毛伝：“庭燎，大燭”などの記載から“庭燎”とは専門用語として捉え、ここでは宮廷の大松明を指すとする。

<sup>15)</sup> この逸話に関する記載がある文献として、他に『韓詩外伝』三、『魏書』の注（『戦国策』と劉向『説苑』卷八尊賢篇から引用）、『前漢書』梅福伝などがある。

#### 4. 出土した文物中の九九表

##### (1) 里耶で出土した秦代の木簡にある九九表



2003 年，湖南省龍山県里耶で，秦代（BC221-BC206）のかけ算九九表である簡が発見された。古い井戸などがいくつか発見され，植物の葉や陶器などのかけら，生活から出るゴミらしきものなどが出てきた。井戸の堆積物は層を 18 層作っていたが，深くなるほど，陶器のかけらや生活のゴミなどはなくなり，木簡・竹簡類だけが出土している。比較的簡が多く出土したのは地表から 5.8～13.7m の深さの層であった。

簡の分布や並べ方の規則などに関する調査の結果，ここに埋蔵されたものは秦末の動乱の時期に，政務も混乱していたために考えもせず井戸の中に放り投げられたものであると考えられる<sup>16</sup>。

ここから出土した木簡に記載されていた九九表の訳文を下に示す。□は字が読み取れないところ・消えるなどして抜け落ちたところを表す。

□□八十一 □□□十二 七九六十三 六九五十四 五九卅五 四九卅六  
 三九二十七 二九十八 八(八)六十四 七八五十六 六八卅八 五八卅 四八卅二  
 三八廿四 二八十六 七(七)卅九 六七卅二 五七卅五 四七廿八 三七廿一  
 二七十四 六(六)卅六 五六卅 四六廿四 三六十八 二六十二 五(五)廿五 四五廿  
 三五十五 二五而十 四(四)十六 三四十二 二四而八 三(三)而九 二三而六  
 二(二)而四 一[二]而二 二半而一 凡千一百一十三字

<sup>16</sup> 『文物』(2003 年第 1 期 p.4～「湖南龍山里耶 戦国－秦代古城一号発掘簡報」)



整理すると

段	木簡にあるもの	欠けている部分
9	9×9 8×9 7×9 6×9 5×9 4×9 3×9 2×9	なし
8	8×8 7×8 6×8 5×8 4×8 3×8 2×8	なし
7	7×7 6×7 5×7 4×7 3×7 2×7	なし
6	6×6 5×6 4×6 3×6 2×6	なし
5	5×5 4×5 3×5 2×5	なし
4	4×4 3×4 2×4	なし
3	3×3 2×3	なし
2	2×2	なし
1	1×2	
?	2の半分は1	

なぜ“1×2”と“2の半分は1”の部分が必要であったかについてはこれだけの資料からはわからない。しかし、現在のところ出土したものの中でもっとも完全な形の九九表であることは確かである。

## (2) 敦煌で出土した“敦煌漢簡”の中に存在する九九表

九九八十一 八八六十四 五七卅五 二六十二 二三而六 大凡千一百一十  
 八九七十二 七八五十六 四七廿八 五五廿五 二二而四  
 七九六十三 六八四十八 三七廿一 四五廿  
 五八四十 三五十五

先の九九表と比較すると、古九九が“九九八十一”から始まっていることがわかる。しかも、先秦の記載では□×9となっている。(□は9から2)これは、九九の九の段であろう。乗数が九九の第何段かということを表している。

敦煌から出土した漢の時代の木簡は完全な九九表とは言えない。現存する部分とかけている部分を整理する。ここで注意したいのは、現在の九九のように、例えば9×8と8×9は区別されず、一つにされていたことである。

段	敦煌木簡に現存するもの	欠けている部分
9	$9 \times 9$ $8 \times 9$ $7 \times 9$	$(6 \sim 2) \times 9$
8	$8 \times 8$ $7 \times 8$ $6 \times 8$ $5 \times 8$	$(4 \sim 2) \times 8$
7	$5 \times 7$ $4 \times 7$ $3 \times 7$	$6 \times 7$ $2 \times 7$
6	$2 \times 6$	$(6 \sim 3) \times 6$
5	$5 \times 5$ $4 \times 5$ $3 \times 5$	$2 \times 5$
4	なし	$(4 \sim 2) \times 4$
3	$2 \times 3$	$3 \times 3$
2	$2 \times 2$	なし
1	なし	

1の段や $1 \times \square$ は存在したのかどうか？それについて『中国古代数学史料』では、木簡の最後の文章“大凡千一百一十”から判断している。九九八十一から $1 \times \square$ は抜いて、それぞれの段の数の和をとってみる。

段	それぞれの段の数をたす
9	$81 + 72 + 63 + 54 + 45 + 36 + 27 + 18 = 396$
8	$64 + 56 + 48 + 40 + 32 + 24 + 16 = 280$
7	$49 + 42 + 35 + 28 + 21 + 14 = 189$
6	$36 + 30 + 24 + 18 + 12 = 120$
5	$25 + 20 + 15 + 10 = 70$
4	$16 + 12 + 8 = 36$
3	$9 + 6 = 15$
2	4
合計	1110

合計が1110になった。このことから、一の段と九九の各段の $1 \times \square$ は九九には含まれていなかったことが確認できる。

## 5. 『孫子算経』中の九九表

私達が現在用いている九九表には乗数が1の計算と1の段がある。しかし敦煌漢簡と里耶秦簡にはともにそのような内容がない。ではいつ頃からふくまれるようになったのか、

それについては更なる調査が必要であり、それを解決するための良い資料を見つけることができなかった。

『孫子算経 卷上』にも九九に関するものがあり、“一九如九”や“一八如八”，“一一如一”というような記載がある。注意したいのは『孫子算経』は先秦の軍事家孫武の作品ではなく、紀元後 400 年前後にやっと編纂されたものであるという点である。当然『孫子算経』もまた『周髀算経』や『九章算術』と同様に長期にわたる知識の積み重なりを経て本になったものである。『孫子算経』は一種の啓蒙的な役割を果たす読み物で、ほとんどの内容は『九章算術』よりも早い時期のものであるとも言われている。しかし、九九表にいつ一に関する計算が盛り込まれたのかについては、本の内容からは解決することができない。

## 6. まとめ

古代中国の九九については今回考察した範囲では以下のようにまとめることができる。

- ・ 九九は古代中国においてかけ算九九表を表しただけではなく、数学全体を指す言葉でもあった。
- ・ 古い典籍では八卦を行うときに九九を用いたとあるが、九九表を用いたのか、それともほかの数学的な方法を用いたのかはわからない。
- ・ 古九九ははじめ“九九八十一”から始まり，“一一が一”からは始まっていなかった。元の朱世傑のころになってやっと“一一が一”から始め，“九九八十一”というようになった。
- ・ 例えば 9 の段を例にすると，“九九八十一”の次は“九八七十二”ではなくて“八九七十二”というように乗数は変化せず、被乗数が一つずつ小さくなっていった。
- ・ 秦漢簡の中の九九表には各段の  $1 \times \square$  及び 1 の段である  $(9 \sim 2) \times 1$  はなかった。『孫子算経』にはこの 1 の計算があるが、しかしいつごろから 1 に関する九九が用いられるようになったのかはわからない。
- ・  $2 \times 2 = 4$  のように、積が 2 桁の数にならないものは“二二而四”のように、“而”が挟まれていた。後に『孫子算経』で“而”は“如”に変わる。

九九についていくつかの文献をもとに考察を行ったが、古代中国では少なくとも紀元前 7 世紀には生活の実際的な場面ですでに広く用いられていた。1 の段や各段の  $1 \times \square$  の計算が初期には省略されていたのは、その答えが自明のものであるという理由からであることは容易に想像できる。『孫子算経』にあるように、後になってそれらの計算が明記されるようになったのは、数字としての 1 がその当時の数学で何らかの重要な意味や役割を持つようになったからなのではないだろうか。今後、このことについても考えていきたい。